

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP MÔN TOÁN CAO CẤP 2**  
**HỌC KỲ II, 2016-2017**

**A. NỘI DUNG**

**I. Phép tính vi phân hàm nhiều biến và ứng dụng:**

1.1 Đạo hàm riêng, đạo hàm của hàm số hợp.

Sử dụng các công thức:

1) Cho  $z=f(u,v)$ ,  $u=u(x,y)$ ,  $v=v(x,y)$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y}$$

2) Cho  $z=f(u,v)$ ,  $u=u(x)$ ,  $v=v(x)$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{du}{dx} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{dv}{dx}$$

3) Cho  $z=f(x,y)$ ,  $y=y(x)$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx}$$

1.2 Ứng dụng vi phân tính gần đúng.

1.3 Tìm cực trị không điều kiện của hàm 2 biến.

**II. Tích phân kép**

1.1 Tích phân kép trong tọa độ Đề các.

1.2 Tích phân kép trong tọa độ cực.

**III: Phương trình vi phân**

1.1 Phương trình tách biến.

1.2 Phương trình tuyến tính cấp 1.

**B. BÀI TẬP**

**I. Phép tính vi phân và ứng dụng**

1.1 Đạo hàm của hàm số hợp:

15. Dùng quy tắc lấy đạo hàm của hàm số hợp, tính  $\frac{dz}{dx}$  :

a)  $z = u^3 + v^3$ , trong đó  $u = x^2$ ,  $v = 1 - e^x$  ;

b)  $z = u\sqrt{1 + v^2}$ , trong đó  $u = xe^{-x}$ ,  $v = \cos x$  ;

c)  $z = \ln(u + v^2)$ , trong đó  $u = \sqrt{1 + x}$ ,  $v = 1 + \sqrt{x}$ .

16. Dùng quy tắc lấy đạo hàm của hàm số hợp, tính  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  :

a)  $z = u^2 \sin v$ , trong đó  $u = x^2 + y^2$ ,  $v = 2xy$  ;

b)  $z = \sin u \cos v$ , trong đó  $u = (x - y)^2$ ,  $v = x^2 - y^2$  ;

c)  $z = u^2 - 3u^2 v^3$ , trong đó  $u = xe^y$ ,  $v = xe^{-y}$  ;

d)  $z = \operatorname{arctg}(uv)$ , trong đó  $u = x^2$ ,  $v = xe^y$  ;

e)  $z = e^{u - 3v}$ , trong đó  $u = x^2 y$ ,  $v = xy^2$ .

1.2 Ứng dụng vi phân toàn phần tính gần đúng:

$$a) \sqrt{9 \cdot (1,95)^2 + (8,1)^2}$$

$$b) \ln \left[ (0,09)^3 + (0,99)^3 \right]$$

$$c) \sqrt{5 \cdot (e)^{0,02} + (2,03)^2}$$

$$d) \sqrt[3]{0,98} \cdot \sqrt[4]{(1,05)^3}$$

$$e) \sqrt{(5,95)^2 + (8,1)^2}$$

1.3 Tìm cực trị hàm 2 biến

$$a) z = x^2 + y^2 + 3xy - 3x - 6y$$

$$b) z = x^2 + y^2 - 2 \ln x - 18 \ln y \quad (x > 0, y > 0)$$

$$c) z = x^2 + y^2 + 4x - 2y + 8$$

$$d) z = 2x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 2y$$

$$e) z = x^3 + y^2 - 27x + 2y$$

$$f) z = x + y - xe^y$$

$$g) z = \frac{1}{2}xy + (47 - x - y)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{3}\right)$$

## II. Tích phân kép

$$9. \iint_D r \sin \varphi dr d\varphi \quad \text{với } D \text{ là miền xác định bởi: } \begin{cases} 0 \leq \varphi \leq \pi/2 \\ 0 \leq r \leq 2a \cos \varphi \end{cases}$$

## BÀI TẬP

1 - Tính các tích phân kép

a)  $\int_0^2 \int_2^3 (4 - x^2) dy dx$

b)  $\int_1^{\ln 8} \int_0^{\ln y} e^{x+y} dx dy$

c)  $\int_0^4 \int_0^x x \sin y dy dx$

d)  $\int_0^1 \int_0^{\frac{1}{y}} y e^{xy} dx dy$

2- Tính các tích phân kép

a)  $\iint_D (4x + 2) dx dy$ , D:  $0 \leq x \leq 2; x^2 \leq y \leq 2x$

b)  $\iint_D (1 - 6xy^2) dx dy$ , D:  $0 \leq x \leq 2; -1 \leq y \leq 1$

c)  $\iint_D y \ln x dx dy$ , D:  $xy = 1; y = \sqrt{x}; x = 2$

3.

Tính tích phân kép:  $I = \iint_D (x^2 + 2y) dx dy$  với D là hình chữ nhật:

$$D: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

4.

Tính:  $I = \iint_D (3x^2 + 2y) dx dy$  với D là hình chữ nhật  $D: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$

5.

Tính tích phân kép:  $I = \iint_D (3x^2 + 4) dx dy$  với D là hình chữ nhật:  $D: \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 2 \leq y \leq 3 \end{cases}$

6. Tính TP

$$1) I = \int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx$$

$$2) I = \int_1^2 dx \int_{1/x}^x \frac{x^2}{y^2} dy$$

$$3) I = \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} (x^2 y + 4y^3) dy$$

**Tích phân kép trong tọa độ cực:**

$$1) \iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2}}; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq a^2; x \geq 0; y \geq 0\}.$$

$$2) \iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dxdy; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$3) \iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2}}; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1; x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$$4) \iint_D e^{x^2 + y^2} dxdy; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}$$

$$5) \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dxdy; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq R^2; x \geq 0; y \geq 0\}$$

$$6) \iint_D \ln(x^2 + y^2) dxdy; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq e^2; x^2 + y^2 \leq e^4\}$$

### III. Phương trình vi phân

1. Giải các phương trình biến số phân ly :

$$1) x(1 + y^2)^2 dx + y(1 + x^2)^2 dy = 0; \quad 2) (x^2 + 1)y' = xy;$$

$$3) (x^2 - yx^2)y' + y^2 + xy^2 = 0; \quad 4) (x - y^2x)dx + (y - x^2y)dy = 0;$$

$$5) ydx = (x^2 - a^2)dy.$$

2. Pt biến phân ly:

$$a) (1+x)ydx + x(1-y)dy = 0$$

$$b) (1+e^x)y.y' = e^x, y(0) = 1$$

$$c) (1+x^2)dy + x(1+y^2)dx = 0$$

$$d) xy.y' = 1 - x^2$$

$$e) y^2.y' = 1 - 2x$$

$$f) (x^2 - x^2y).y' + y^2 + xy^2 = 0$$

$$g) (1-x)dy - ydx = 0, y(0) = 1$$

$$h) xy' + y = y^2, y(1) = \frac{1}{2}$$

### 3. Phương trình tuyến tính cấp 1

$$1) y' - 2xy = x$$

$$2) (x^2 + 1)y' + xy = 1$$

$$3) y' + \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}$$

$$4) y' + 2xy = xe^{-x^2}$$

$$5) y' + y \cos x = e^{-\sin x}$$

$$6) y' - \frac{1}{x \ln x} y = x \ln x; y(e) = 0,5e^2$$

$$7) y' - \frac{1}{x} y = x^2$$

$$8) y' + y = 4x$$

$$9) (x^2 + 1)y' - 2xy = (x^2 + 1)^2$$

$$10) y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^3; y(0) = \frac{1}{2}$$

#### **Bổ sung.**

Giải phương trình vi phân biến phân ly:

$$(x^2 + 1)dx - ydy = 0$$

$$(x^2 + 1)dx - (y + 1)dy = 0$$

$$(x^2 + 1)dx = xdy$$