

Phu
Nguyễn Văn Phú

ĐỀ CƯƠNG ÔN THI HỌC KỲ
MÔN HỌC: TOÁN CAO CẤP 2
KHỐI THI: CAO ĐẲNG
(Năm học 2015 – 2016)

Dưới đây là nội dung ôn thi học kỳ của môn TOÁN CAO CẤP 2, yêu cầu tất cả các sinh viên khối cao đẳng 2015 – 2016 học chương trình TOÁN CAO CẤP 2 phải ôn tập kỹ những nội dung dưới đây để đạt kết quả tốt trong kỳ thi học kỳ.

NỘI DUNG LÝ THUYẾT

I. Giới hạn và liên tục của hàm số hai biến số

- 1) Chứng minh hàm số có giới hạn bằng định nghĩa.
- 2) Chứng minh hàm số không có giới hạn bằng định nghĩa.

II. Đạo hàm riêng của vi phân hàm hiện và hàm hợp.

- 1) Đạo hàm riêng và vi phân cấp một
- 2) Đạo hàm riêng và vi phân cấp cao
- 3) Ứng dụng vi phân để tính gần đúng.

III. Cực trị của hàm hai biến

IV. Tích phân bội hai

- 1) Tính tích phân bội hai trong hệ tọa độ Đề các
- 2) Tính tích phân bội hai trong hệ tọa độ cực.
- 3) Ứng dụng tích phân bội hai để tính diện tích hình phẳng

V. Phương trình vi phân cấp một

- 1) Phương trình tách biến
- 2) Phương trình đẳng cấp
- 3) Phương trình vi phân toàn phần
- 4) Phương trình thuần nhất, không thuần nhất
- 5) Phương trình Bernoulli

BÀI TẬP

I. Giới hạn và liên tục

- 1) Chứng minh rằng $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{x-1}{x^2+y^2} = -1$.
- 2) Chứng minh $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2+y^2} = -1$ không tồn tại.
- 3) Tính các giới hạn sau:

$$a) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, \quad b) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$$

$$c) \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} \frac{x+y}{x^2 + y^2}, \quad d) \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^x$$

$$e) \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} \frac{x^2 + y^2}{e^{-(x+y)}}$$

4) Chứng minh rằng hàm số $f(x, y) = x^2 + 3xy$ liên tục tại $(\sqrt{2}; \sqrt[3]{-2})$.

5) Chứng minh rằng hàm số $f(x, y) = e^{x+y}$ liên tục tại $(0; 0)$.

6) Chứng minh rằng hàm số $f(x, y) = \cos(x + y)$ liên tục tại $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

7) Chứng minh rằng hàm số $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ không liên tục tại $(0; 0)$

II. Đạo hàm riêng và vi phân

1) Tính các đạo hàm riêng của các hàm số sau đây

$$a) z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}} \quad b) z = \sin \frac{x}{y} \cdot \cos \frac{y}{x} \quad c) z = \ln(x + \ln y)$$

$$d) z = x^y \quad e) z = x^{x^y} \quad f) z = \arcsin \frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$g) = \frac{1}{2} \tan^2(x^2 y^2 + z^2 v^2 - xyzv) + \ln(\cos(x^2 y^2 + z^2 v^2 - xyzv))$$

2) Cho hàm số $z = \frac{x \cos y - y \cos x}{1 + \sin x + \sin y}$. Tính $\frac{\partial z}{\partial x}(0; 0)$, $\frac{\partial z}{\partial y}(0; 0)$.

3) Tính đạo hàm được chỉ ra của các hàm số sau đây:

a) $z = e^{x-2y}$, $x = \sin t$, $y = t^3$ tính $\frac{dz}{dt}$.

b) $z = x^2 y - y^2 x$, $x = u \cos v$, $y = u \sin v$. Tính $\frac{\partial z}{\partial u}(u, v)$, $\frac{\partial z}{\partial v}(u, v)$.

c) $z = \ln(e^x + e^y)$. Tính $\frac{\partial z}{\partial x}(x, y)$ và $\frac{d^2 z}{dx^2}$ nếu $y = x^2$

4) Chứng minh rằng hàm số $z = y \ln(x^2 - y^2)$ thỏa mãn phương trình $\frac{1}{x} z'_x + \frac{1}{y} z'_y = \frac{z}{y^2}$.

5) Áp dụng vi phân toàn phần tính gần đúng

$$a) A = \sqrt[3]{(1,02)^2 + (0,05)^2}$$

$$b) B = \ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$$

6) Tìm đạo hàm đến cấp đã chỉ ra

a) $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$. Tìm $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

b) $z = x \ln(xy)$. Tìm $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$, $\frac{\partial^3 z}{\partial y^2 \partial x}$, $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y \partial x}$, $\frac{\partial^3 z}{\partial y \partial x \partial y}$

c) $z = x^3 \sin y + y^3 \sin x$. Tìm $\frac{\partial^6 z}{\partial x^3 \partial y^3}$.

7) Cho $z = x^3 + y^3 - 3xy(x - y)$. Tính $dz(1;1), d^2z(-1;-1), d^3z(-1;2)$

III. Cực trị

1) Tìm cực trị của các hàm số sau

a) $z = f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$

b) $z = f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$

c) $z = f(x, y) = x + y - xe^y$

d) $z = f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{e^{(x^2 + y^2)}}$

2) Tìm cực trị của hàm số $z = f(x, y) = x^2 - y^2$ trong đó (x, y) thỏa $x^2 + y^2 = 4$.

3) Tìm cực trị của hàm số $z = f(x, y) = x^2 y(4 - x - y)$ trong đó (x, y) thỏa $x + y = 6$.

IV. Tích phân bội hai

1) Tính $I = \iint_D (\cos^2 x + \sin^2 y) dx dy$ trong đó $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{4}\}$

2) Tính $I = \iint_D \frac{1}{(x+y)^3} dx dy$ trong đó $D = \{(x, y) | x \geq 1, y \geq 1, x + y \leq 3\}$.

3) Tính $I = \iint_D x^2(y-x) dx dy$ trong đó $D = \{(x, y) | y = x^2, x = y^2\}$.

4) Tính $I = \iint_D \ln(x+y) dx dy$ trong đó $D = \{(x, y) | x = 1, y = 1, y = 1 + x\}$.

5) Tính $I = \iint_D (x^2 + y^2 + 1) dx dy$ trong đó $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 - x = 0\}$.

6) Tính $I = \iint_D (x + 2y + 1) dx dy$ trong đó $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2y, x^2 + y^2 \leq 2x\}$.

7) Tính $I = \iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy$ trong đó $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 - 2x \leq 0, y \geq 0\}$.

8) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

a) $x = 4y - y^2, x + y = 6$

b) $y = 2^x, y = -\frac{x}{2}, y = 4$

V. Phương trình vi phân

1) Tìm nghiệm riêng của phương trình vi phân thỏa điều kiện ban đầu

a) $x\sqrt{1+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0, y(0) = 1$

b) $(1 + e^{2x})y^2 dy = e^x dx, y(0) = 1$

c) $\sin x dy - y \ln y dx = 0, y(0) = 1$

d) $(x^2 + 1)y' = y^2 + 4, y(1) = 2$

2) Giải các phương trình vi phân đẳng cấp cấp một sau:

a) $(y - x)dx + (y + x)dy = 0$

b) $xyy' + x^2 - 2y^2 = 0$

c) $(3x^2 + y^2)y + (y^2 - x^2)xy' = 0$

d) $y' = \frac{x - y + 1}{x + y + 3}$

3) Giải các phương trình vi phân

a) $y' + xy = x^3y^3$

b) $y' + y = e^{\frac{x}{2}}\sqrt{y}, y(0) = \frac{9}{4}$

c) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

d) $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3, y(0) = \frac{1}{2}$

e) $y' - \frac{1}{x \ln x}y = x \ln x, y(e) = \frac{e^2}{2}$

4) Giải các phương trình vi phân sau

a) $(x + y + 1)dx + (x - y^2 + 3)dy = 0$

b) $2(3xy^2 + 2x^3)dx + 3(2x^2y + y^2)dy = 0$

c) $3x^2(1 + \ln y)dx - \left(2y - \frac{x^3}{y}\right)dy = 0$

HẾT

Tp.HCM, ngày 19 tháng 4 năm 2106

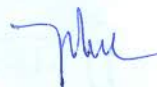
Người soạn đề cương

Duyệt

Bộ môn



Đinh Thị Thu Hương



Nguyễn Văn Phú